Roll No. .....

21123

B. A. (Pass Course & Vocational)
2nd Semester Examination – May, 2019
MATHS-III (VECTOR CALCULUS)
Paper : 12-BAM-123

Time : Three Hours] *[Maximum Marks : 26*

Before answering the questions, candidates should ensure that they have been supplied the correct and complete question paper. No complaint in this regard, will be entertained after examination.

प्रश्नों के उत्तर देने से पहले परीक्षार्थी यह सुनिश्चित कर लें कि उनको पूर्ण एवं सही प्रश्न-पत्र मिला है। परीक्षा के उपरान्त इस संबंध में कोई भी शिकायत नहीं सुनी जायेगी।

Note : The question paper will consist of ***five*** sections. Attempt one question (carrying 5 marks) from each section (I-IV). Section **V** is ***compulsory***.

प्रश्न-पत्र में ***पाँच*** खण्ड हैं। प्रत्येक खण्ड से ***एक*** प्रश्न (जिसके **5** अंक हैं) कीजिए। खण्ड-**V** ***अनिवार्य*** है।

SECTION – I
खण्ड – I

1. (a) Prove that the necessary and sufficient condition that three non-parallel and non-zero vectors $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ are coplanar is $[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}] = 0$. 2.5

P. T. O.

सिद्ध कीजिए कि आवश्यक तथा पर्याप्त स्थिति की तीन गैर समानान्तर एवं गैर शून्य वेक्टर $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ समतलीय $[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}] = 0$ है।

(b) State and prove Lagrange's property. 2.5

लैंगरेंज विशेषता को बताइए तथा सिद्ध कीजिए।

2. (a) Prove that if $\vec{f}$ is a differentiable vector function of scalar variable and $|\vec{f}| = f$ then : 2.5

$$\vec{f}\frac{d\vec{f}}{dt} = f\frac{df}{dt}.$$

सिद्ध कीजिए कि $\vec{f}$ स्केलर चर का अवकलनीय वेक्टर फलन है तथा $|\vec{f}| = f$ तब :

$$\vec{f}\frac{d\vec{f}}{dt} = f\frac{df}{dt}.$$

(b) If a particle moves along the curve $x = e^{-t}$, $y = 2\cos 3t$, $z = 2\sin 3t$ then determine the velocity and acceleration at any time t and their magnitude at $t = 0$. 2.5

यदि एक कण वक्र $x = e^{-t}$, $y = 2\cos 3t$, $z = 2\sin 3t$ के समानान्तर गति करता है तब किसी समय t तथा $t = 0$ के इनके परिमाण पर वेग एवं त्वरण का निर्धारण कीजिए।

(iii) What is the gradient of a scalar function ?

स्केलर फलन का अनुपात क्या है ?

(iv) Define curvilinear co-ordinates of a point.

अंक के वक्ररेखीय निर्देशांकों को समझाइए।

(v) Define line integrals.

रेखा समाकलन की परिभाषा बताइए।

(vi) State Green's theorem.

ग्रीन के प्रमेय को बताइए।

सिद्ध कीजिए कि $\iint_S \phi\,\hat{n}\,dS = -\iiint_V \text{grad}\,\phi\,dV$ जहाँ $\hat{n}$ पृष्ठ S के निकाले गये यूनिट सामान्य वेक्टर का कोई बाहरी है।

(b) Evaluate by Stoke's theorem $\oint_C ((x+y)dx + (2x-z)dy + (y+z)dz)$ where C is the boundary of the triangle with vertices at (2, 0, 0), (0, 3, 0) and (0, 0, 6). 2.5

स्टोक के प्रमेय का मान निकालिए $\oint_C ((x+y)dx + (2x-z)dy + (y+z)dz)$ जहाँ (2, 0, 0), (0, 3, 0) एवं (0, 0, 6) पर चक्रण के साथ त्रिभुज की परिसीमा है।

SECTION – V

खण्ड – V

9. ***Compulsory Question :***

अनिवार्य प्रश्न :

(i) Write expansion formula for vector triple product. 1

वेक्टर त्रिक गुणनफल हेतु विस्तार फार्मूला लिखिए।

(ii) What is the necessary and sufficient condition for the vector function of a scalar variable to be constant ? 1

नियतांक होने वाले स्केलर चर के वेक्टर फलन हेतु आवश्यक एवं पर्याप्त शर्त क्या है ?

SECTION – II

खण्ड – II

3. (a) Prove that gradient of the sum of two scalar point functions is sum of their gradients. 2.5

सिद्ध कीजिए कि दो स्केलर अंक फलनों के योग का अनुपात इनके अनुपात का योगफल है।

(b) Show that : 2.5

$$(\vec{a}\,.\,\nabla)\phi = \vec{a}\,.\,\nabla\,\phi$$

दिखाइए कि :

$$(\vec{a}\,.\,\nabla)\phi = \vec{a}\,.\,\nabla\,\phi$$

4. (a) Prove that divergence of the sum of two vector point functions is the sum of their divergences. 2.5

सिद्ध कीजिए कि दो वेक्टर अंक फलनों के योगफल का अपसरण इनके अपसरणों का योगफल है।

(b) Prove that : 2.5

$$\nabla^2\left(\frac{x}{r^2}\right) = -\frac{2x}{r^4}$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$\nabla^2\left(\frac{x}{r^2}\right) = -\frac{2x}{r^4}$$

SECTION – III

खण्ड – III

5. (a) Describe unit vectors in orthogonal curvilinear co-ordinates. 2.5

यूनिट वेक्टरों को लम्बकोणीय वक्ररेखीय निर्देशांक में वर्णित कीजिए।

(b) Derive an expression for $\nabla\phi$ in orthogonal curvilinear co-ordinates. 2.5

लम्बकोणीय वक्ररेखीय निर्देशांक में $\nabla\phi$ हेतु अभिव्यंजक प्राप्त कीजिए।

6. (a) Prove that cylindrical co-ordinate system is orthogonal. 2.5

सिद्ध कीजिए कि बेलनाकार निर्देशांक प्रणाली लम्बकोणीय है।

(b) If ρ, ϕ, z are cylindrical co-ordinates then show that $\nabla\phi$ and $\nabla\log\rho$ are solenoidal. 2.5

यदि ρ, ϕ, z बेलनाकार निर्देशांक है तो दिखाइए कि $\nabla\phi$ एवं $\nabla\log\rho$ परिनालिका है।

SECTION – IV

खण्ड – IV

7. (a) The acceleration of a particle at any time t is as $e^t\hat{i}+e^{2t}\hat{j}+\hat{k}$. Find $\vec{v}$ given that $\vec{v}$ = when $t=0$.

किसी समय t में एक कण का त्वरण $e^t\hat{i}+e^{2t}$ दिया गया है $\vec{v}$ ज्ञात कीजिए दिया गया है कि $\hat{i}+\hat{j}$ जब $t=0$।

(b) Evaluate $\iint_S \vec{f}.\hat{n}\,dS$ where $\vec{f} = z\hat{i}+x\hat{j}+3y$ and S is the surface of the cylinder x^2+y^2 = included in the first octant between $z=0$ and z = 2

$\iint_S \vec{f}.\hat{n}\,dS$ का मान बताइए जहाँ $\vec{f}$ $z\hat{i}+x\hat{j}+3y^2z\hat{k}$ एवं S $z=0$ एवं $z=5$ के बीच प्रथ अष्टमांशक में शामिल बेलन $x^2+y^2=16$ का पृष्ठ है।

8. (a) Prove that $\iint_S \phi\,\hat{n}\,dS = -\iiint_V \text{grad}\,\phi\,dV$ where $\hat{n}$ is any outward drawn unit normal vector to surface S. 2.5